

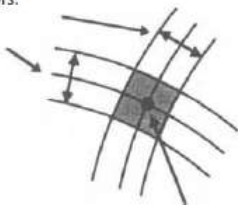
Współczynniki DOP i miary dokładności w obserwacjach satelitarnych



dr hab. inż. Paweł Zalewski
Akademia Morska w Szczecinie

Geometryczna ocena dokładności:

Variation in range ring
due to range errors:
from foghorn 1
from foghorn 2



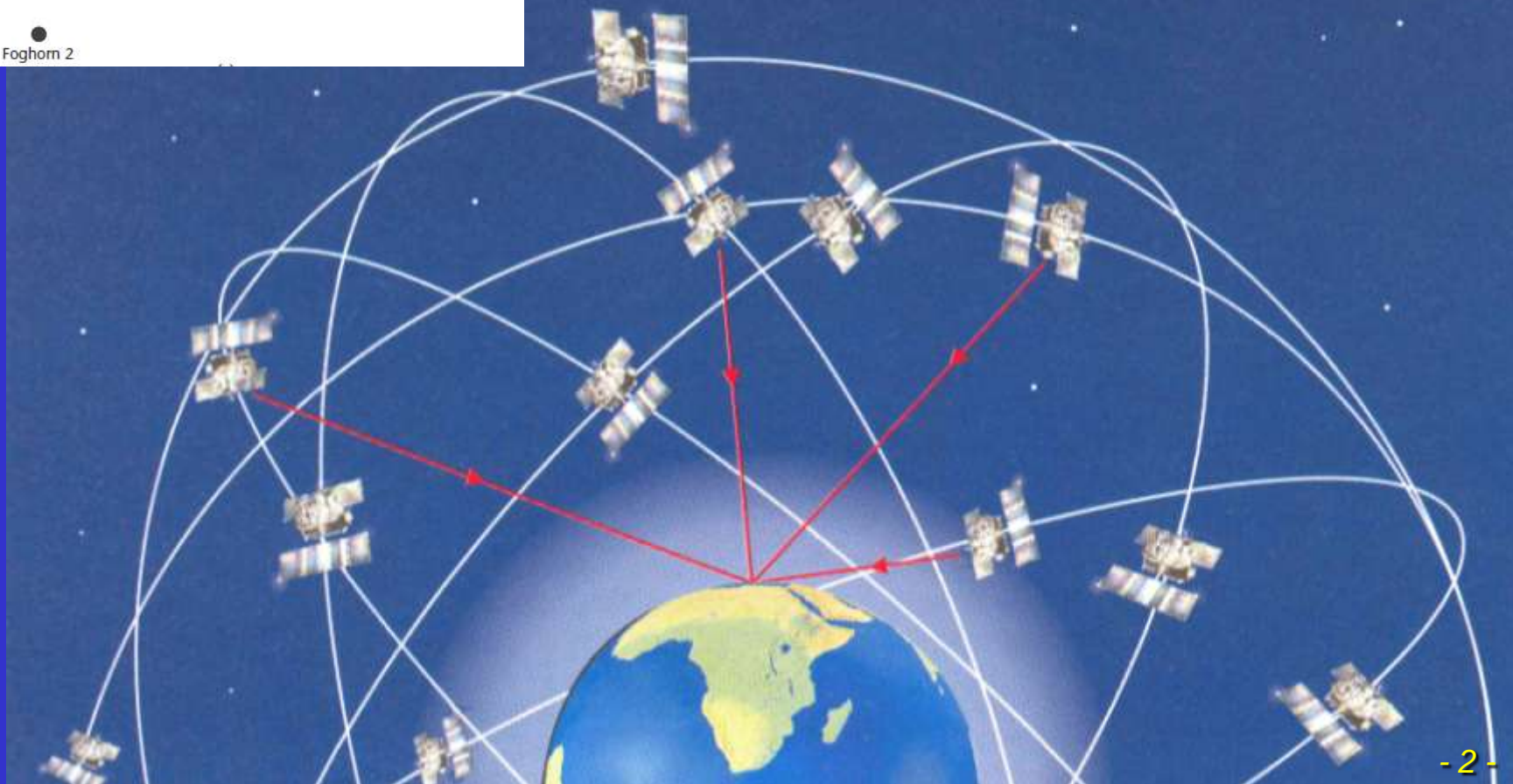
Shaded region: Locations
using data from within
indicated error bounds

User location

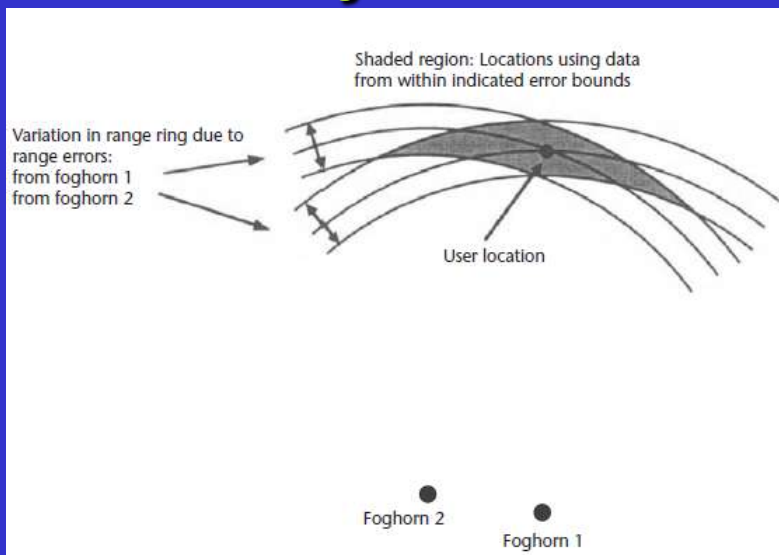
Foghorn 1

Foghorn 2

GOOD Geometric Dilution of Precision



Geometryczna ocena dokładności:



POOR Geometric Dilution of Precision



DOP – współczynniki geometrycznej dokładności:

„Dilutions of precision” (DOP) są współczynnikami geometrycznymi dokładności spodziewanych wyników pozycji w odbiorniku GPS. **Wartość** tych współczynników jest uzależniona od wzajemnych położeń na orbicie satelitów, których sygnał wykorzystywany jest do pozycjonowania, czyli od geometrii ich konfiguracji.

Wartości DOP mogą być wyrażane w różny sposób w zależności od wpływu pozycji satelitów na poszczególne komponenty pozycji odbiornika:

GDOP geometrical dilution of precision (geometryczny)

PDOP positional dilution of precision (pozycyjny)

HDOP horizontal dilution of precision (w poziomie)

VDOP vertical dilution of precision (w pionie)

TDOP time dilution of precision (czasowy)

DOP – współczynniki geometrycznej dokładności:

GDOP geometrical dilution of precision

Ogólny współczynnik geometrycznej dokładności odnoszący się do czterech zmiennych opisujących wyznaczoną z systemu GPS pozycję (X , Y , Z , t) lub ($B(\varphi)$, $L(\lambda)$, h , t). Współczynnik ten łączy czasowo przestrzenną istotę pomiaru opisując jakość oszacowania w przestrzeni 4D:

$$GDOP = \frac{1}{\sigma} \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 + \sigma_{ct}^2} = \frac{1}{\sigma} \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 + c^2 \sigma_{dt}^2}$$

gdzie:

σ - błąd pomiaru parametru linii pozycyjnej – pseudoodległości, zakłada się, że dla każdego satelity równy 1,

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_{ct}$ - jednowymiarowe błędy średniokwadratowe (odchylenia standardowe) wyznaczonej w trzech wymiarach pozycji i czasu.

lub:

$$GDOP = \frac{1}{\sigma} \sqrt{\sigma_E^2 + \sigma_N^2 + \sigma_U^2 + c^2 \sigma_{dt}^2}$$

DOP – współczynniki geometrycznej dokładności:

PDOP positional dilution of precision

Przestrzenny współczynnik geometrycznej dokładności 3D odnoszący się do pozycji trójwymiarowej (X , Y , Z) lub (B , L , h) stosowany w nawigacji lotniczej, kosmicznej, lądowej i precyzyjnym miernictwie – geodezji.

lub:

$$PDOP = \frac{1}{\sigma} \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2}$$

$$PDOP = \frac{1}{\sigma} \sqrt{\sigma_E^2 + \sigma_N^2 + \sigma_U^2}$$

DOP – współczynniki geometrycznej dokładności:

HDOP horizontal dilution of precision

Płaszczyznowy (poziomy) współczynnik geometrycznej dokładności 2D odnoszący się do pozycji dwuwymiarowej (X , Y) lub (φ , λ). Istotny w nawigacji morskiej, gdy brak jest konieczności oszacowywania wysokości (h).

$$HDOP = \frac{1}{\sigma} \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$$

lub:

$$HDOP = \frac{1}{\sigma} \sqrt{\sigma_E^2 + \sigma_N^2}$$

DOP – współczynniki geometrycznej dokładności:

VDOP vertical dilution of precision

Wertykalny (pionowy) współczynnik geometrycznej dokładności 1D odnoszący się do pomiaru wysokości – jednowymiarowej linii pozycyjnej (Z) lub (h). Istotny w nawigacji lotniczej, kosmicznej i morskiej (np. pomiarach osiadania statku).

$$VDOP = \frac{\sigma_U}{\sigma}$$

DOP – współczynniki geometrycznej dokładności:

TDOP time dilution of precision

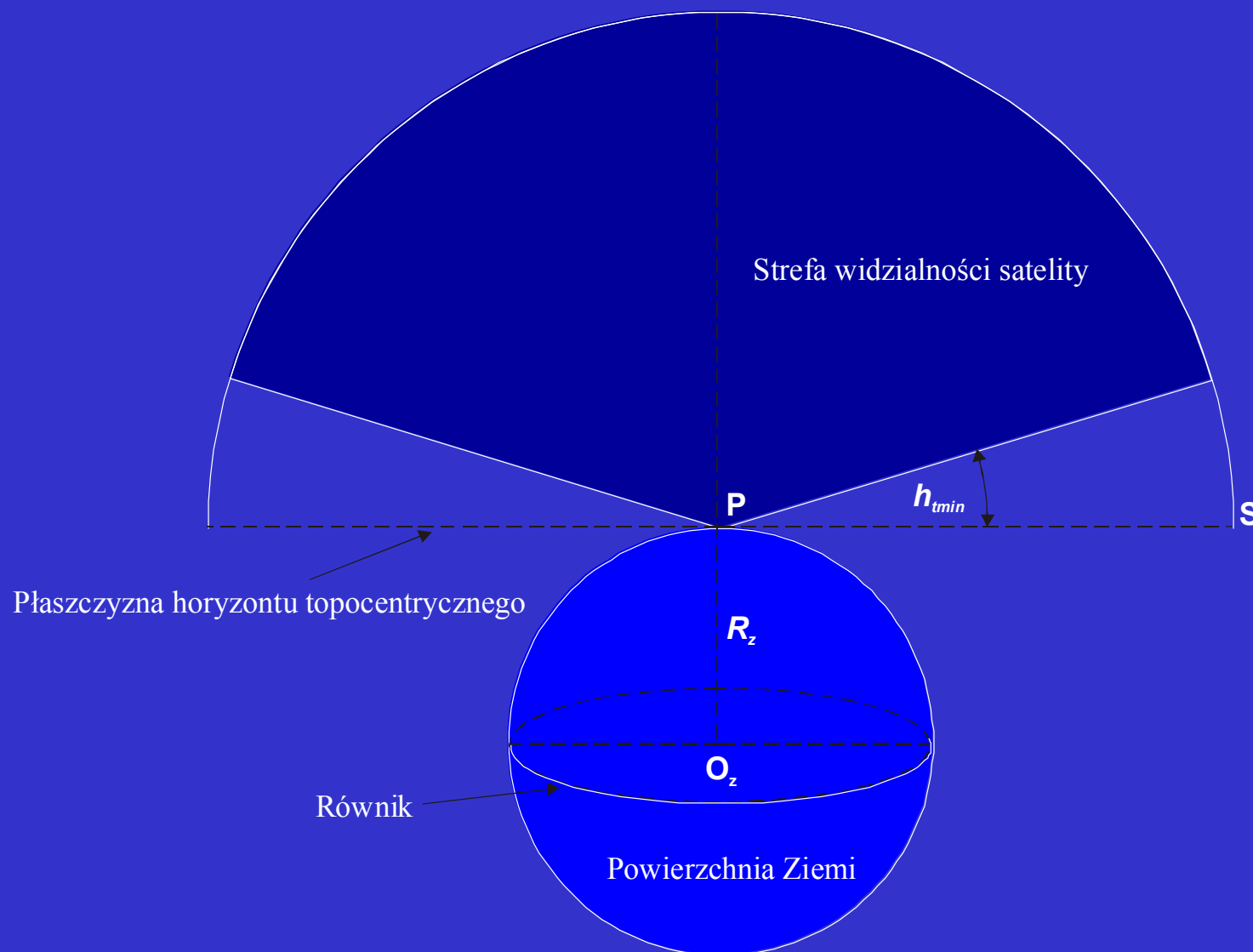
Czasowy współczynnik geometrycznej dokładności 1D odnoszący się do pomiaru czasu – jakości szacowania t .

$$TDOP = \frac{\sigma_{c \cdot t}}{\sigma} = \frac{c \sigma_{dt}}{\sigma}$$

DOP – współczynniki geometrycznej dokładności:

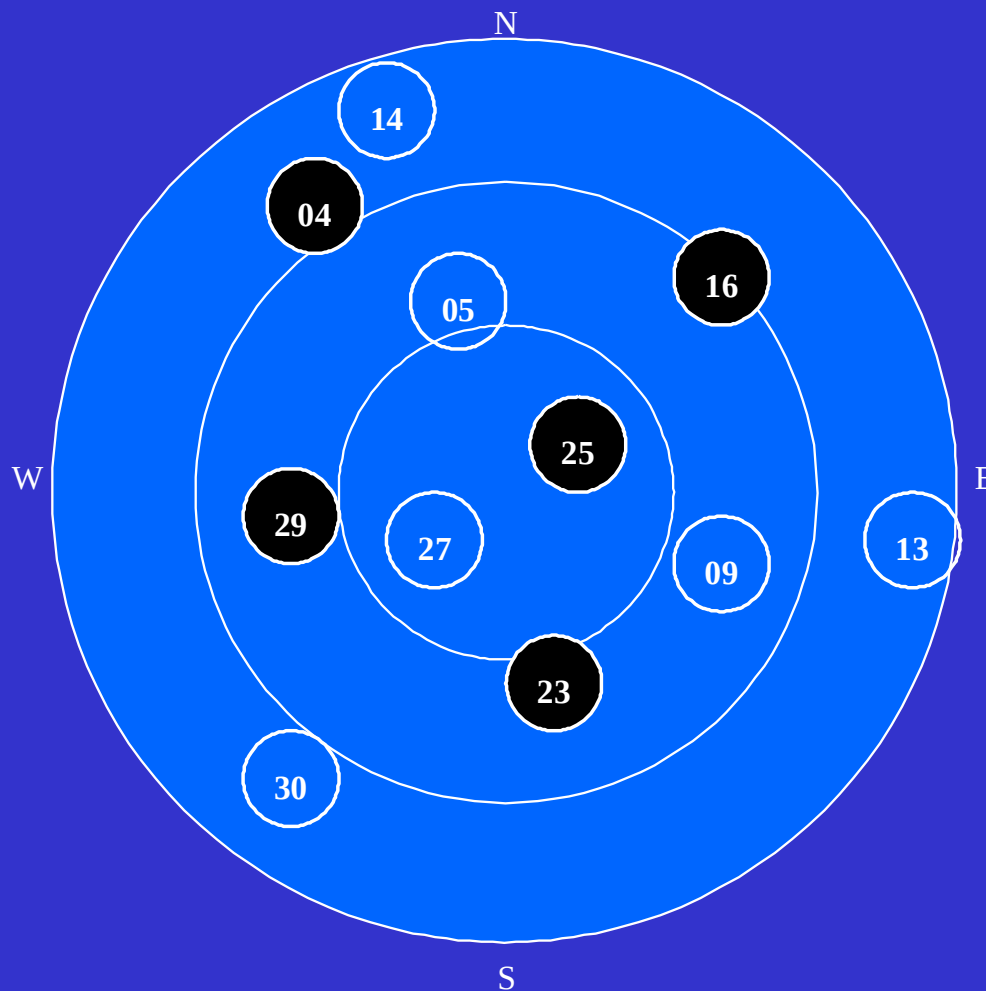
- Wymienione współczynniki geometryczne zależą odwrotnie proporcjonalnie do błędu pomiaru parametru mierzonego w systemie, a wprost proporcjonalnie do błędów wyznaczenia każdej ze współrzędnych, w tym czasu.
- Wyrażenie pod pierwiastkiem odpowiada błędowi średniemu pozycji M .
- DOP 3D jest zawsze większe równe od DOP 2D.
- Zagadnienie minimalizacji DOP jest kluczowym problemem umożliwiającym otrzymanie współrzędnych pozycji z wysoką dokładnością.

DOP – współczynniki geometrycznej dokładności:



Strefa widzialności satelity z uwzględnieniem dolnej granicznej wysokości topocentrycznej – wpływa na DOP i dostępność pozycji.

DOP – współczynniki geometrycznej dokładności:



Prezentacja rozmieszczenia satelitów nad horyzontem topocentrycznym w odbiorniku GNSS.

Analityczne wyznaczenie DOP:

Dokładność określenia pozycji w systemie satelitarnym można określić poprzez **macierz kowariancji przyrostu współrzędnych**.

Wektor przyrostu współrzędnych geocentrycznych lub geodezyjnych:

$$x = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ \Delta \delta_t \end{bmatrix} \quad \text{lub} \quad x = \begin{bmatrix} \Delta \varphi \\ \Delta \lambda \\ \Delta h \\ \Delta \delta_t \end{bmatrix}$$

gdzie:

- $\Delta \varphi$ - przyrost wektora stanu w kierunku N-S,
- $\Delta \lambda$ - przyrost wektora stanu w kierunku E-W,
- Δh - przyrost wektora stanu w kierunku wertykalnym,
- $\Delta \delta_t$ - przyrost poprawki zegara odbiornika.

Analityczne wyznaczenie DOP:

Macierze kowariancji wektora x (przyrostu współrzędnych):

- geocentrycznych:

$$D_x = (A^T A)^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_{\Delta x}^2 & \text{cov}(\Delta x, \Delta y) & \text{cov}(\Delta x, \Delta z) & \text{cov}(\Delta x, \Delta \delta_t) \\ \text{cov}(\Delta y, \Delta x) & \sigma_{\Delta y}^2 & \text{cov}(\Delta y, \Delta z) & \text{cov}(\Delta y, \Delta \delta_t) \\ \text{cov}(\Delta z, \Delta x) & \text{cov}(\Delta z, \Delta y) & \sigma_{\Delta z}^2 & \text{cov}(\Delta z, \Delta \delta_t) \\ \text{cov}(\Delta \delta_t, \Delta x) & \text{cov}(\Delta \delta_t, \Delta y) & \text{cov}(\Delta \delta_t, \Delta z) & \sigma_{\Delta \delta_t}^2 \end{bmatrix}$$

- geograficznych lub geodezyjnych (topocentrycznych):

$$D_{WGS} = (H^T H)^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_{\Delta \varphi}^2 & \text{cov}(\Delta \varphi, \Delta \lambda) & \text{cov}(\Delta \varphi, \Delta h) & \text{cov}(\Delta \varphi, \Delta \delta_t) \\ \text{cov}(\Delta \lambda, \Delta \varphi) & \sigma_{\Delta \lambda}^2 & \text{cov}(\Delta \lambda, \Delta h) & \text{cov}(\Delta \lambda, \Delta \delta_t) \\ \text{cov}(\Delta h, \Delta \varphi) & \text{cov}(\Delta h, \Delta \lambda) & \sigma_{\Delta h}^2 & \text{cov}(\Delta h, \Delta \delta_t) \\ \text{cov}(\Delta \delta_t, \Delta \varphi) & \text{cov}(\Delta \delta_t, \Delta \lambda) & \text{cov}(\Delta \delta_t, \Delta h) & \sigma_{\Delta \delta_t}^2 \end{bmatrix}$$

Analityczne wyznaczenie DOP:

Transformacja z D_x do D_{WGS} lub kowariancji pomiarów topocentrycznych następuje poprzez rotację R (pomijając składową czasu):

$$R = \begin{bmatrix} -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \varphi \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \sin \lambda & \sin \varphi \end{bmatrix}$$

$$D_{WGS} = R D_{X_{xyz}} R^T = \begin{bmatrix} \sigma_{\Delta\varphi}^2 & \sigma_{\Delta\varphi\Delta\lambda} & \sigma_{\Delta\varphi\Delta h} \\ \sigma_{\Delta\lambda\Delta\varphi} & \sigma_{\Delta\lambda}^2 & \sigma_{\Delta\lambda\Delta h} \\ \sigma_{\Delta h\Delta\varphi} & \sigma_{\Delta h\Delta\lambda} & \sigma_{\Delta h}^2 \end{bmatrix}$$

$$D_{topo} = \begin{bmatrix} \sigma_N^2 & \sigma_{NE} & \sigma_{NU} \\ \sigma_{EN} & \sigma_E^2 & \sigma_{EU} \\ \sigma_{UN} & \sigma_{UE} & \sigma_U^2 \end{bmatrix}$$

Analityczne wyznaczenie DOP:

Dla $\sigma = \sigma_{URE} = 1$ przy analizie wyłącznie geometrycznej:

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & D_{44} \end{bmatrix}$$

$$GDOP = \sqrt{\text{trace}(D)} = \sqrt{D_{11} + D_{22} + D_{33} + D_{44}}$$

$$VDOP = \sigma_U$$

$$HDOP = \sqrt{\sigma_N^2 + \sigma_E^2}$$

$$PDOP = \sqrt{\sigma_N^2 + \sigma_E^2 + \sigma_U^2} = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + \sigma_Z^2}$$

$$TDOP = \sigma_T$$

$$GDOP = \sqrt{\sigma_N^2 + \sigma_E^2 + \sigma_U^2 + \sigma_T^2} = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + \sigma_Z^2 + \sigma_T^2}$$

Analityczne wyznaczenie DOP:

Korzystając z macierzy współczynników przyrostów szacowań topocentrycznych uzależnionych od odległości zenitalnych i azymutów satelitów:

$$A_{NEU} = \begin{bmatrix} \Delta N_i & \Delta E_i & \Delta U_i \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin z_{Si} \cos Az_{Si} & \sin z_{Si} \sin Az_{Si} & \cos z_{Si} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

Odległość zenitalna względem wysokości topocentrycznej:

$$z_{Si} = 90^\circ - h_{Si}$$

Macierz kowariancji pomiarów:

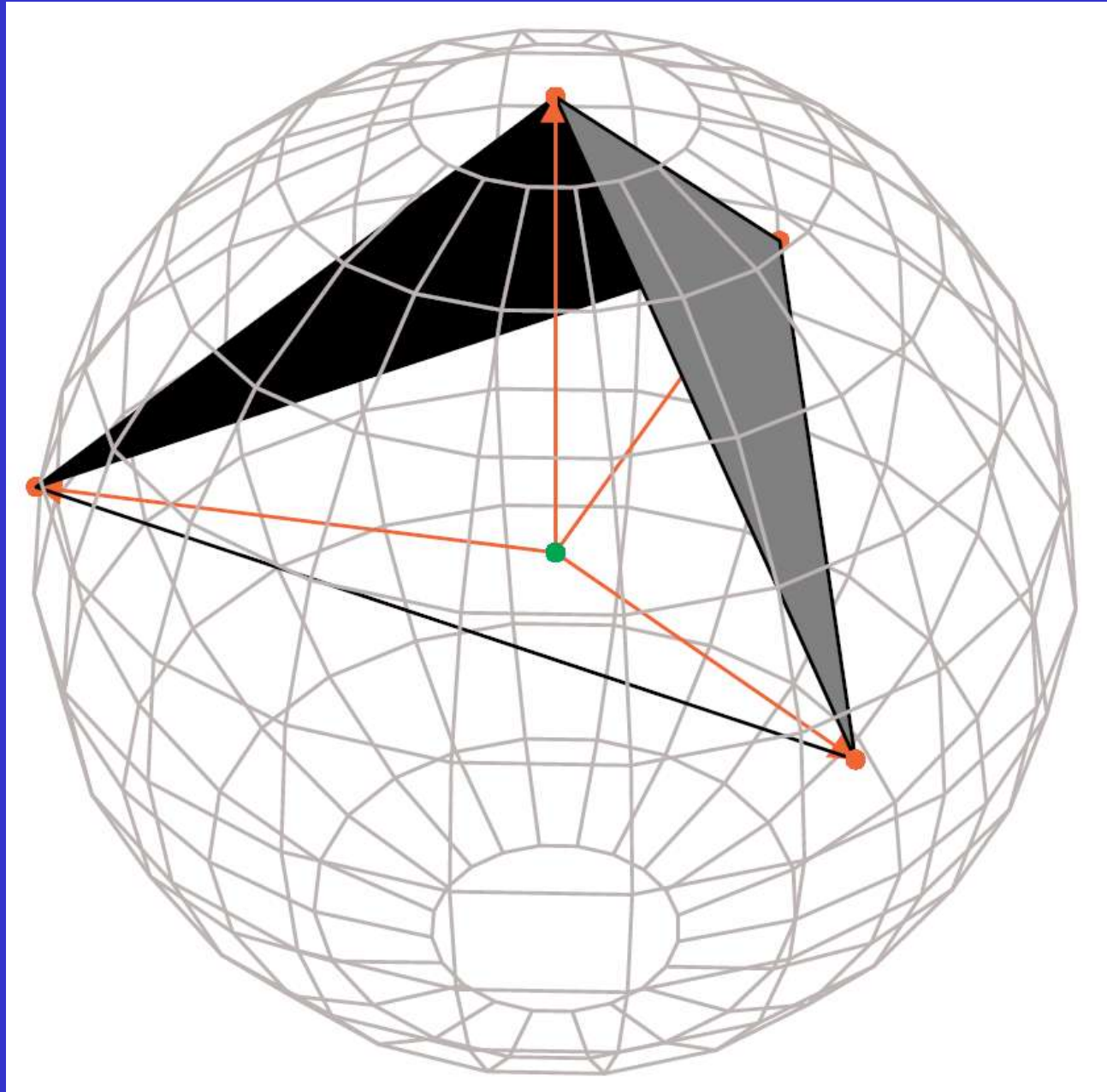
$$D = (A_{NEU}^T A_{NEU})^{-1}$$

Analityczne wyznaczenie DOP:

$$A_{NEUT}(n \times 4) = \begin{bmatrix} -\cos el_1 \sin Az_1 & -\cos el_1 \cos Az_1 & -\sin el_1 & 1 \\ -\cos el_2 \sin Az_2 & -\cos el_2 \cos Az_2 & -\sin el_2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\cos el_n \sin Az_n & -\cos el_n \cos Az_n & -\sin el_n & 1 \end{bmatrix}$$

Minimalizacja DOP – maksimum objętości bryły:

$\min\{\text{trace}(D)\}$



Minimalizacja DOP:

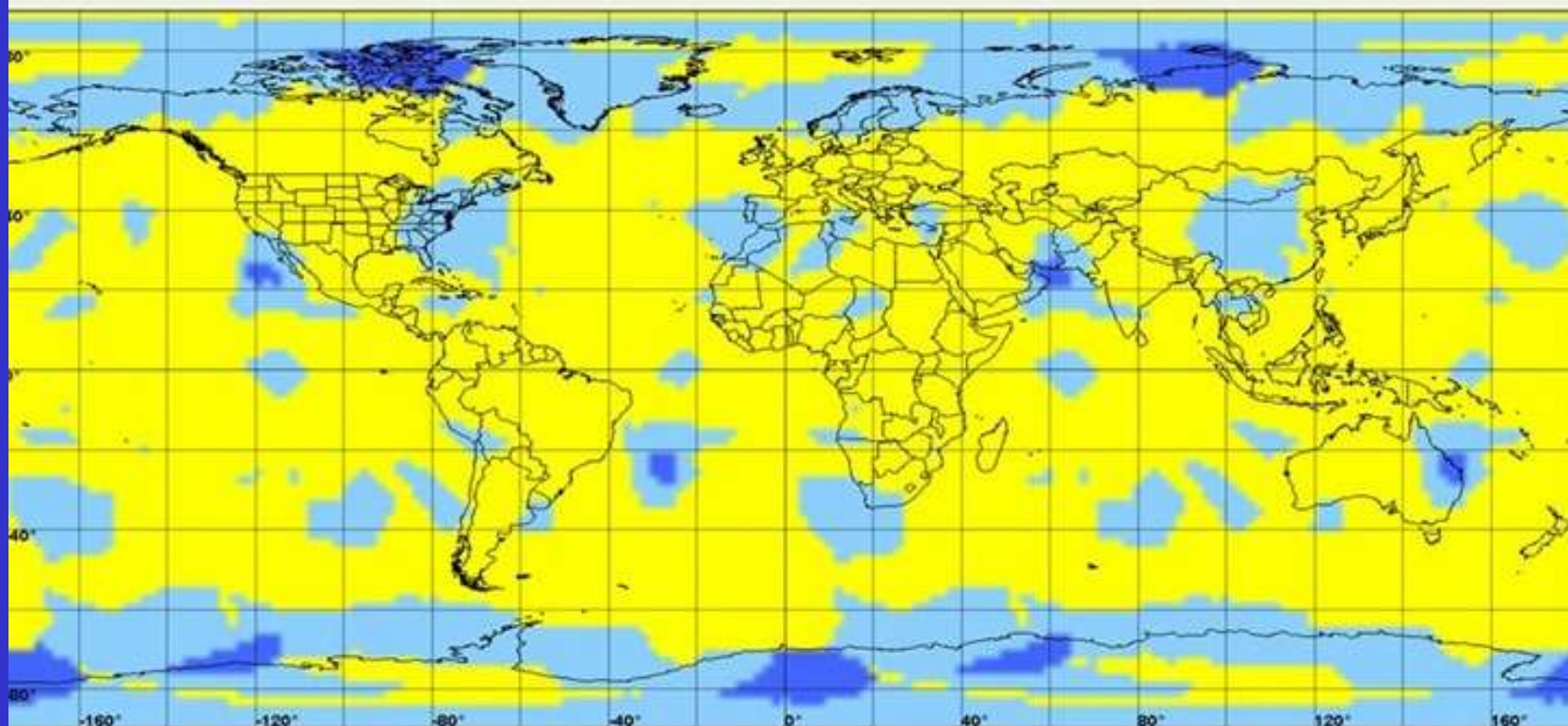
Przy braku wysokościowej rzędnej minimalizacja DOP następuje, gdy satelity rozmieszczone są równomiernie dookoła widnokręgu (minimalne pole figury zbudowanej z błędów linii pozycyjnych oraz maksymalne pole figury o wierzchołkach w pozycjach satelitów przy równych odstępach kątowych: $Az_i - Az_j = \text{const.} = 360^\circ / n_{SAT}$).

$$A_{NEU} = \begin{bmatrix} \cos(Az_1) & \sin(Az_1) & 1 \\ \cos(Az_2) & \sin(Az_2) & 1 \\ \cos(Az_3) & \sin(Az_3) & 1 \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Minimalizacja DOP:

UNCLASSIFIED

World (Best 4) Max PDOP



Contour Legend

Metric: PDOP Max

Start Time: 17 Dec 2007 00:00:00Z

Production Date: 12/13/2007 20:58:49

End Time: 17 Dec 2007 23:59:00Z

Almanac File: SEM week 433

Altitude: 0 ft HAE

SOF File: 2007_346_190410_v02

Latitude Increment: 2°

PSF File: 2007_347_000000_v02

Longitude Increment: 2°

Number of Channels: 4

Mask Angle: 5°

> 12.0

9.0 - 12.0

6.0 - 9.0

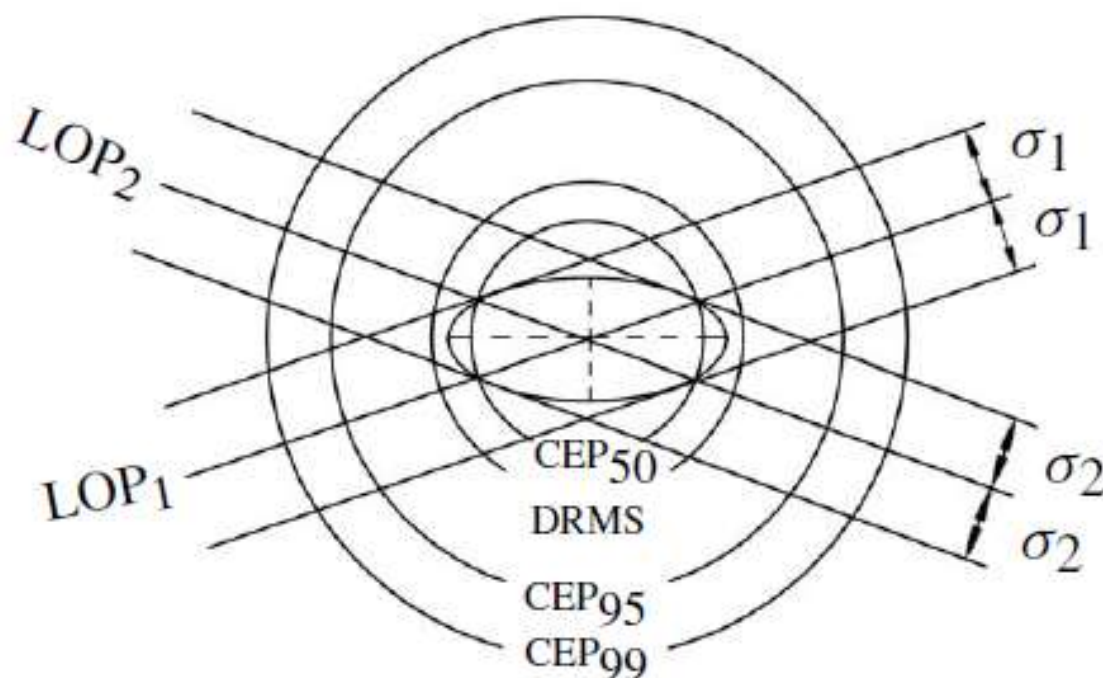
4.0 - 6.0

2.0 - 4.0

PRN: 7 Outage: 12 Dec 2007 01:46:00 to Until Further Notice PRN: 32 Outage: 27 Jun 2007 22:00:00 to Until Further Notice

UNCLASSIFIED

Miary dokładności:



$$\text{DRMS} = \sqrt{\sigma_{\varphi}^2 + \sigma_{\lambda}^2} \quad \text{MRSE} = \sqrt{\sigma_{\varphi}^2 + \sigma_{\lambda}^2 + \sigma_h^2}$$

$$\text{CEP} = 0.59 (\sigma_{\varphi} + \sigma_{\lambda}) \quad \text{SEP} = 0.51 (\sigma_{\varphi} + \sigma_{\lambda} + \sigma_h)$$

$$2 \text{ DRMS} = 2.4 \cdot \text{CEP}$$

≈ 13 m	(φ and λ)	2 DRMS	(95 %),
≈ 5 m	(φ and λ)	CEP	(50 %), and
≈ 11 m	(φ , λ and h)	SEP	(50 %).

Miary dokładności:

Accuracy Measures	Formula	Probability	Definition
DRMS	$\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$	65%	The square root of the average of the squared horizontal position errors.
2DRMS	$2\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$	95%	Twice the DRMS of the horizontal position errors.
CEP	$0.62\sigma_y + 0.56\sigma_x$ (Accurate when $\sigma_y / \sigma_x > 0.3$)	50%	The radius of circle centered at the true position, containing the position estimate with probability of 50%.
R95	$R(0.62\sigma_y + 0.56\sigma_x)$ ($R=2.08$, when $\sigma_y / \sigma_x = 1$)	95%	The radius of circle centered at the true position, containing the position estimate with probability of 95%.

Miary dokładności:

Accuracy Measures	Formula	Probability	Definition
SEP (Spherical Error Probable)	$0.51(\sigma_y + \sigma_x + \sigma_z)$	50%	The radius of sphere centered at the true position, containing the position estimate in 3D with probability of 50%
MRSE (Mean Radial Spherical Error)	$\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2}$	61%	The radius of sphere centered at the true position, containing the position estimate in 3D with probability of 61%
90% Spherical Accuracy Standard	$0.833(\sigma_y + \sigma_x + \sigma_z)$	90%	The radius of sphere centered at the true position, containing the position estimate in 3D with probability of 90%
99% Spherical Accuracy Standard	$1.122(\sigma_y + \sigma_x + \sigma_z)$	99%	The radius of sphere centered at the true position, containing the position estimate in 3D with probability of 99% - 24 -

Miary dokładności – SPS 2008:

GPS Performance Standard Metric		SPS Signal Specification August 1998 (user performance)	SPS Performance Standard October 2001 (signal in space)	SPS Performance Standard September 2008 * (signal in space)	CY 2007 Performance**
1	Global Accuracy				
	All-in-View Horizontal 95% All-in-View Vertical 95%	≤ 100 meters ≤ 156 meters	≤ 13 meters ≤ 22 meters	≤ 9 meters ≤ 15 meters	2.32 meters 4.45 meters
2	Worst Site Accuracy				
	All-in-View Horizontal 95% All-in-View Vertical 95%	≤ 100 meters ≤ 156 meters	≤ 36 meters ≤ 77 meters	≤ 17 meters ≤ 37 meters	3.63 meters 4.95 meters
3	User Range Error (URE)	NONE	≤ 6 meters RMS (Constellation RMS URE)	≤ 7.8 meters 95%, (Worst Satellite URE) <i>equivalent to 4 m RMS</i>	2.29 meters RMS (Worst Satellite URE)
4	Geometry (PDOP ≤ 6)	$\geq 95.87\%$ global $\geq 83.92\%$ worst site	$\geq 98\%$ global $\geq 88\%$ worst site	$\geq 98\%$ global $\geq 88\%$ worst site	99.988% global 98.958% worst site
5	Constellation Availability	NONE	$\geq 95\%$ Probability of 24 Healthy Satellites $\geq 98\%$ Probability of 21 Healthy Satellites (assumes 24 primary slots)	$\geq 95\%$ Probability of 24 Healthy Satellites $\geq 98\%$ Probability of 21 Healthy Satellites $\geq 99.999\%$ Probability of 20 Healthy Satellites (assumes 24 primary slots)	100% Probability of 22 Healthy Satellites in 24 primary slots (FY2008) ***

* Green color indicates improvement in U.S. Government commitment to GPS civil service

Przykład wykorzystania DOP:

Porównanie jakości uzyskanych pozycji z dwóch odbiorników GPS - RTK:

Jeżeli system A ma według specyfikacji producenta dokładność **20mm DRMS_{3D}** a system B dokładność **10mm CEP**, to który z nich wyznacza dokładniej pozycję?

Odpowiedź zależy od stosunku PDOP do HDOP wyznaczanych pozycji, gdyż miara DRMS_{A3D} odnosi się do przestrzeni trójwymiarowej, a miara CEP_B do dwuwymiarowej.

Przykładowo, gdy:

$$\frac{PDOP_A}{HDOP_A} = \frac{PDOP_B}{HDOP_B} = \frac{PDOP}{HDOP} = 1.8$$

szukamy najpierw stosunku dla systemu B:

$$\chi = \frac{DRMS_{B3D}}{CEP_B}$$

a zakładając, że mamy rozkłady normalne współrzędnych pozycji:

$$CEP_B = 0.8326 \cdot DRMS_{B2D}$$

Przykład wykorzystania DOP:

Porównanie jakości uzyskanych pozycji z dwóch odbiorników GPS – RTK:

$$\chi = \frac{DRMS_{B3D}}{CEP_B} = \frac{DRMS_{B3D}}{0.8326 \cdot DRMS_{B2D}} = \frac{PDOP}{0.8326 \cdot HDOP}$$

$$\chi = \frac{1.8}{0.8326} \approx 2.16$$

Skąd dla systemu B:

$$DRMS_{B3D} = 2.16 \cdot 10 = 21.6 [\text{mm}]$$

Ponieważ dokładność $DRMS_{3D}$ systemu A wynosząca 20mm jest lepsza, ten system jest dokładniejszy przy aktualnej konfiguracji satelitów.