

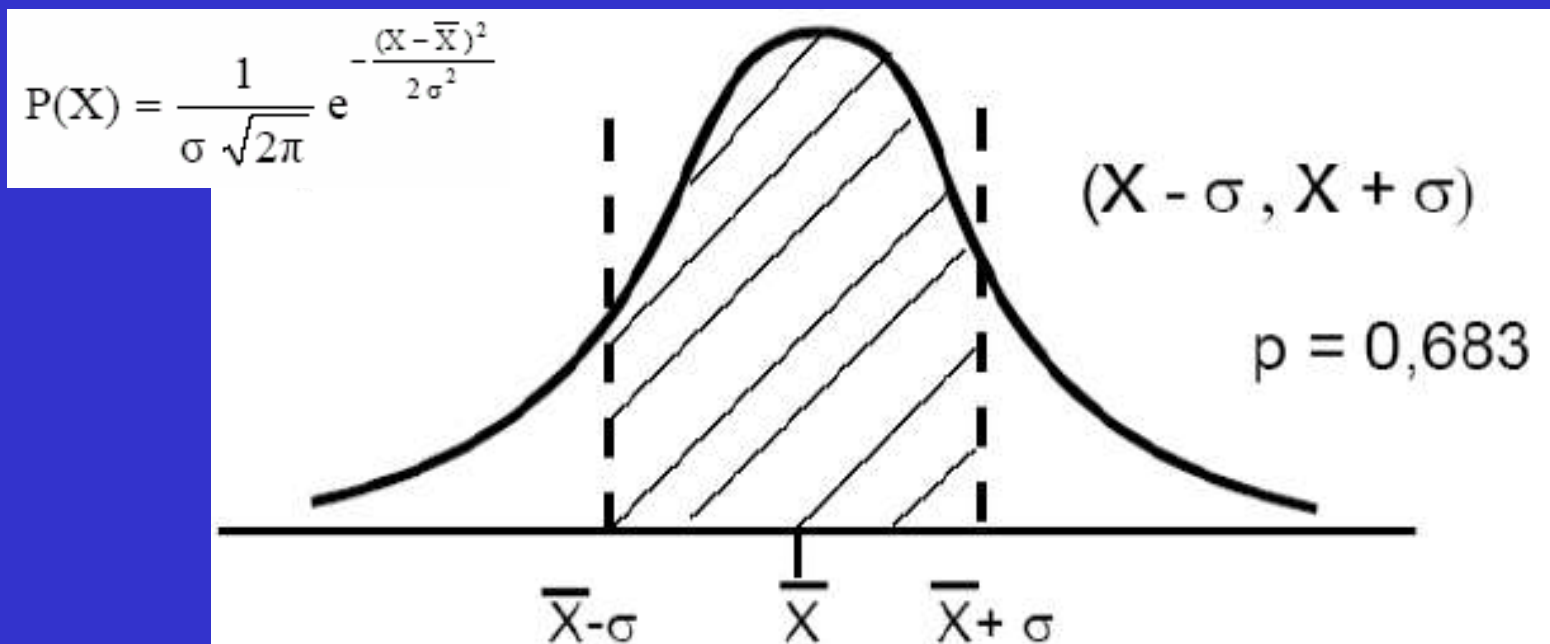
Metrologia: miary dokładności



dr inż. Paweł Zalewski
Akademia Morska w Szczecinie

Miary dokładności:

Najczęściej rozkład pomiarów w serii wokół wartości średniej $\bar{X}$ jest rozkładem Gaussa:



Prawdopodobieństwem, z jakim w zadanym przedziale znajdzie się dowolny pomiar z serii, nazywa się **poziomem ufności**, a przedział **przedziałem ufności**.

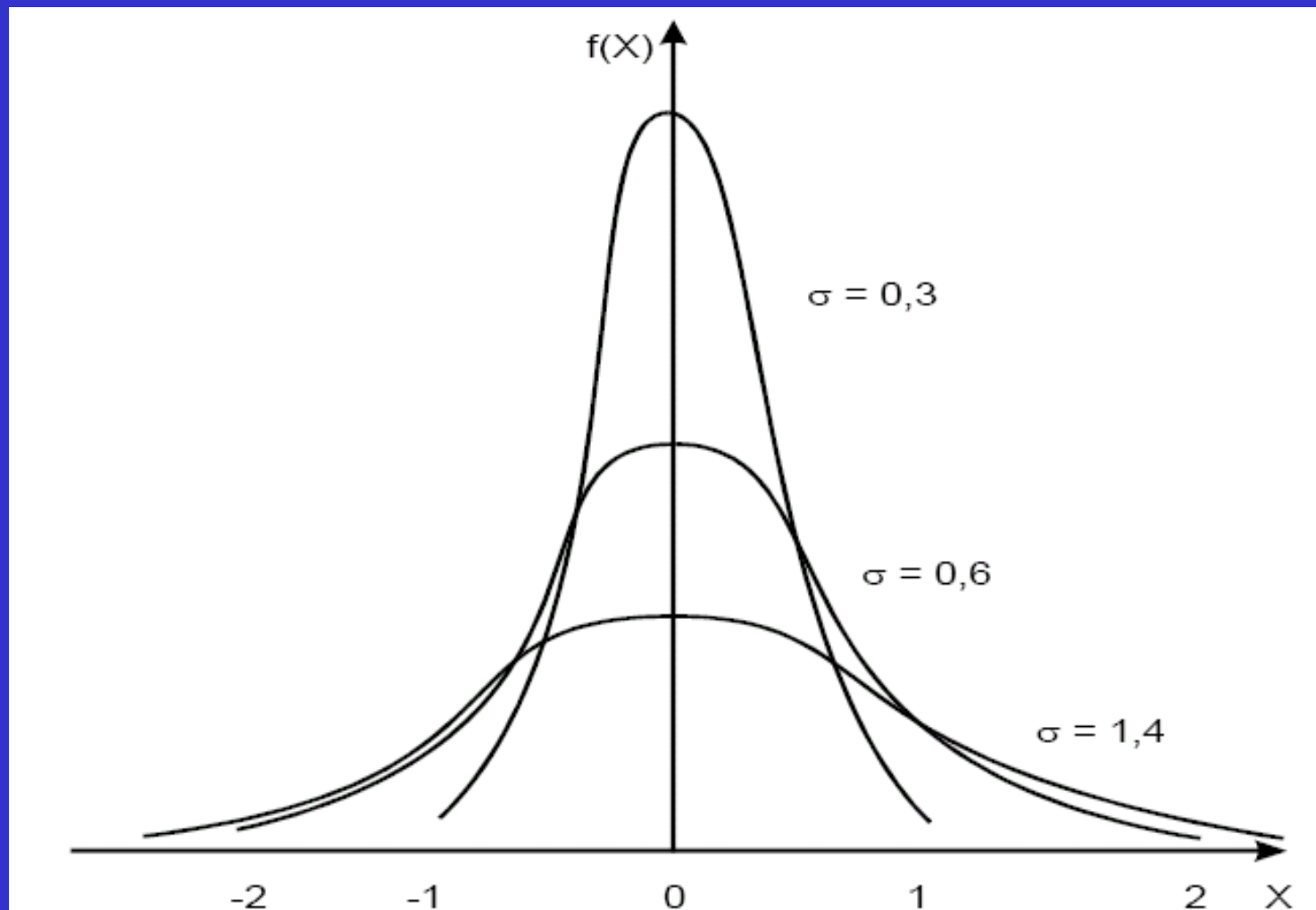
W przedziale $\langle \bar{X} - \sigma, \bar{X} + \sigma \rangle$ mieści się 68,26% wyników z serii.

W przedziale $\langle \bar{X} - 2\sigma, \bar{X} + 2\sigma \rangle$ mieści się 95,45% wyników z serii.

W przedziale $\langle \bar{X} - 3\sigma, \bar{X} + 3\sigma \rangle$ mieści się 99,73% wyników z serii.

Miary dokładności:

Najczęściej rozkład pomiarów w serii wokół wartości średniej X jest rozkładem Gaussa:



Niepewność pomiaru:

Niepewność pomiaru jest parametrem związanym z wynikiem pomiaru charakteryzującym rozrzut wartości, które można w sposób uzasadniony przypisać wielkości mierzonej.

Wielkości mierzone są szczególnymi wielkościami, których wartość należy określić poprzez pomiar. Przy wzorcowaniu mamy zwykle do czynienia tylko z jedną wielkością mierzoną, nazywaną również wielkością wyjściową Y , która jest związana z wielkościami wejściowymi X_i ($i = 1, 2, \dots, n$) funkcją:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

Funkcja pomiaru f opisuje zarówno metodę pomiarową jak i metodę obliczeniową.

Podaje ona, jak z wartości wielkości wejściowych X_i otrzymuje się wartość wielkości wyjściowej Y .

Niepewność pomiaru związana z estymatami wielkości wejściowych jest obliczana **metodą typu A lub typu B**.

Niepewność pomiaru:

Metoda typu A obliczania niepewności standardowej jest metodą, w której niepewność jest obliczana za pomocą analizy statystycznej serii obserwacji.

Niepewność standardowa jest w tym przypadku odchyleniem standardowym eksperymentalnym średniej otrzymanej metodą uśredniania lub odpowiednią analizą regresji.

Metoda typu B obliczania niepewności standardowej jest metodą, w której niepewność jest obliczana innym sposobem niż analiza statystyczna serii obserwacji. W takim przypadku obliczanie niepewności oparte jest na innego rodzaju przesłankach naukowych.

Niepewność pomiaru:

Metodę typu A obliczania niepewności standardowej stosuje się wtedy, gdy istnieje możliwość przeprowadzenia w identycznych warunkach pomiarowych wielu niezależnych obserwacji jednej z wielkości wejściowych. Jeżeli rozdzielczość procesu pomiarowego jest wystarczająca, otrzymane wyniki charakteryzuje zauważalny rozrzut.

Obliczanie niepewności standardowej metodą typu B jest obliczaniem niepewności związanej z estymatą x_i wielkości wejściowej X_i inną metodą niż analiza statystyczna serii obserwacji. Niepewność standardowa jest określana za pomocą analizy naukowej opartej na **wszystkich dostępnych** informacjach na temat możliwej zmienności X_i .

W tej kategorii informacji mogą znajdować się:

- dane uzyskane z wcześniej przeprowadzonych pomiarów,
- posiadane doświadczenie lub ogólna znajomość zachowania się i właściwości odpowiednich materiałów i przyrządów pomiarowych,
- specyfikacje producenta,
- dane uzyskane ze świadectw wzorcowania i z innych certyfikatów,
- niepewności związane z danymi odniesienia, uzyskane z podręczników.

Niepewność pomiaru:

W praktyce istnieje wiele możliwych źródeł niepewności pomiaru, są to między innymi:

- a) niepełna definicja wielkości mierzonej,
- b) niedoskonała realizacja definicji wielkości mierzonej,
- c) niereprezentatywne pobieranie próbek, tzn. mierzona próbka nie jest reprezentatywna dla definiowanej wielkości mierzonej,
- d) niepełna znajomość wpływu warunków środowiskowych na procedurę pomiarową lub niedoskonały pomiar parametrów charakteryzujących te warunki,
- e) subiektywne błędy w odczytywaniu wskazań przyrządów analogowych,
- f) skończona rozdzielczość lub próg pobudliwości przyrządu,

Niepewność pomiaru:

W praktyce istnieje wiele możliwych źródeł niepewności pomiaru, są to między innymi:

- g) niedokładnie znane wartości przypisane wzorcom i materiałom odniesienia,
- h) niedokładnie znane wartości stałych i innych parametrów, otrzymanych ze źródeł zewnętrznych i stosowanych w procedurach przetwarzania danych,
- i) upraszczające przybliżenia i założenia stosowane w metodach i procedurach pomiarowych,
- j) rozrzut wartości wielkości mierzonej uzyskanych podczas obserwacji powtarzanych w warunkach pozornie identycznych.

Błąd średni:

Średni błąd kwadratowy wyznaczamy zgodnie z zależnością:

$$\sigma_m = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X - x_i)^2}{n}},$$

gdzie: X - wartość znana danej wielkości.

Jeżeli nie znamy mierzonej wielkości X możemy zastąpić ją średnią arytmetyczną pomiarów y_0 , ponieważ jest ona jej najlepszym przybliżeniem. Wówczas średni błąd kwadratowy pomiaru x_i ($i=1,2,\dots,n$) wyniesie:

$$\sigma_m = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}},$$

gdzie: $\bar{x} = \pm \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$

Prawdopodobieństwo popełnienia błędu średniego wynosi 68,3%.

Błąd średni średniej arytmetycznej:

Błąd średni średniej arytmetycznej wyznaczamy przy pomocy zależności:

$$\sigma_m' = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n(n-1)}}$$

lub inaczej średnia $\bar{x}$ jest obarczona błędem:

$$\sigma_m' = \pm \frac{\sigma_m}{\sqrt{n}}$$

Błąd maksymalny:

Błąd maksymalny pomiaru jest to błąd uznany za wartość graniczną błędów przypadkowych:

$$\sigma_{mMAX} = 3\sigma_m$$

Prawdopodobieństwo pojawienia się błędu w granicach od $-3\sigma_m$ do $3\sigma_m$ wynosi 99,7%.

Prawdopodobieństwo popełnienia błędu większego co do wartości bezwzględnej niż $3\sigma_m$ wynosi 0,3%.

Błąd przeciętny:

Błędem przeciętnym pomiaru nazwano średnią arytmetyczną bezwzględnych wartości błędów w danej serii obserwacji:

$$\theta = \pm \frac{\sum_{i=1}^n |\bar{x} - x_i|}{n}$$

Między błędem średnim a przeciętnym istnieje następująca zależność:

$$\frac{\sigma_m}{\theta} \approx 1,25$$

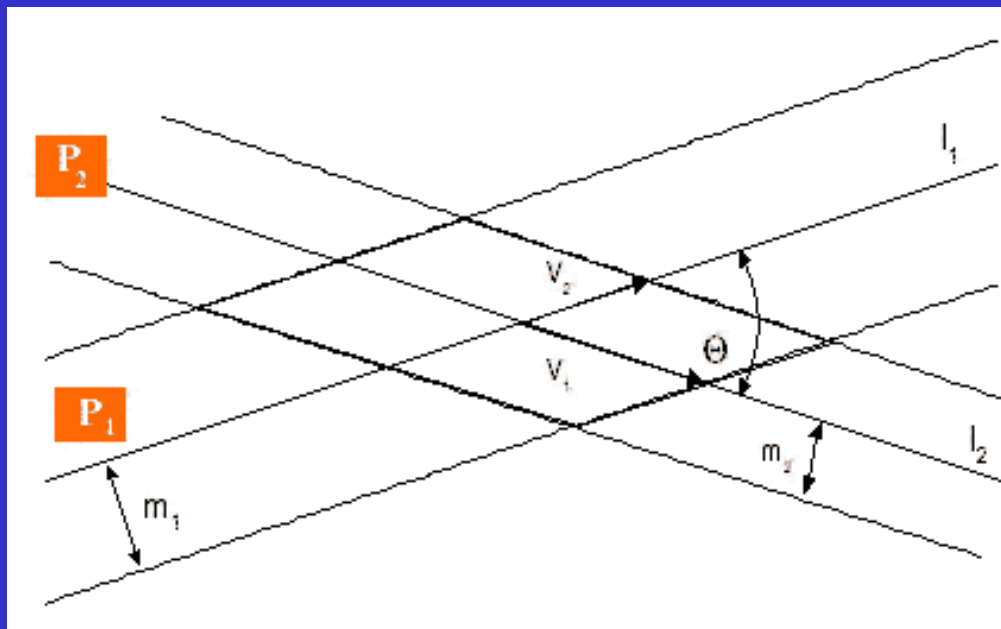
Błąd prawdopodobny:

Błędem prawdopodobnym pomiaru σ_{mp} nazywa się taką wartość błędu, która spełnia warunek, iż zarówno prawdopodobieństwo wystąpienia błędu nie przekraczającego wartości σ_{mp} , jak też błędu przekraczającego tę wartość jest równe i wynosi 50%:

$$\sigma_{mp} = 0,6745 \cdot \sigma_m \approx \frac{2}{3} \sigma_m$$

Średni równoległobok błędów:

Dokonując pomiarów dwuwymiarowych (2D) (np. pozycje na odwzorowanych powierzchniowo systemach odniesienia w nawigacji, geodezji, inżynierii ruchu morskiego, hydrografii, oceanotechnice), przy założeniu, że pomiary w obu wymiarach mają rozkład Gaussa uzyskujemy miary dokładności w postaci **równoległoboku błędów**, **elipsy błędów** lub **koła błędów** – błędu kołowego.



Prawdopodobieństwo znalezienia się w średnim równoległoboku błędów:
 $P \approx 0,683 \times 0,683 \approx 0,466$ lub 46,6%.

Średnia elipsa błędów:

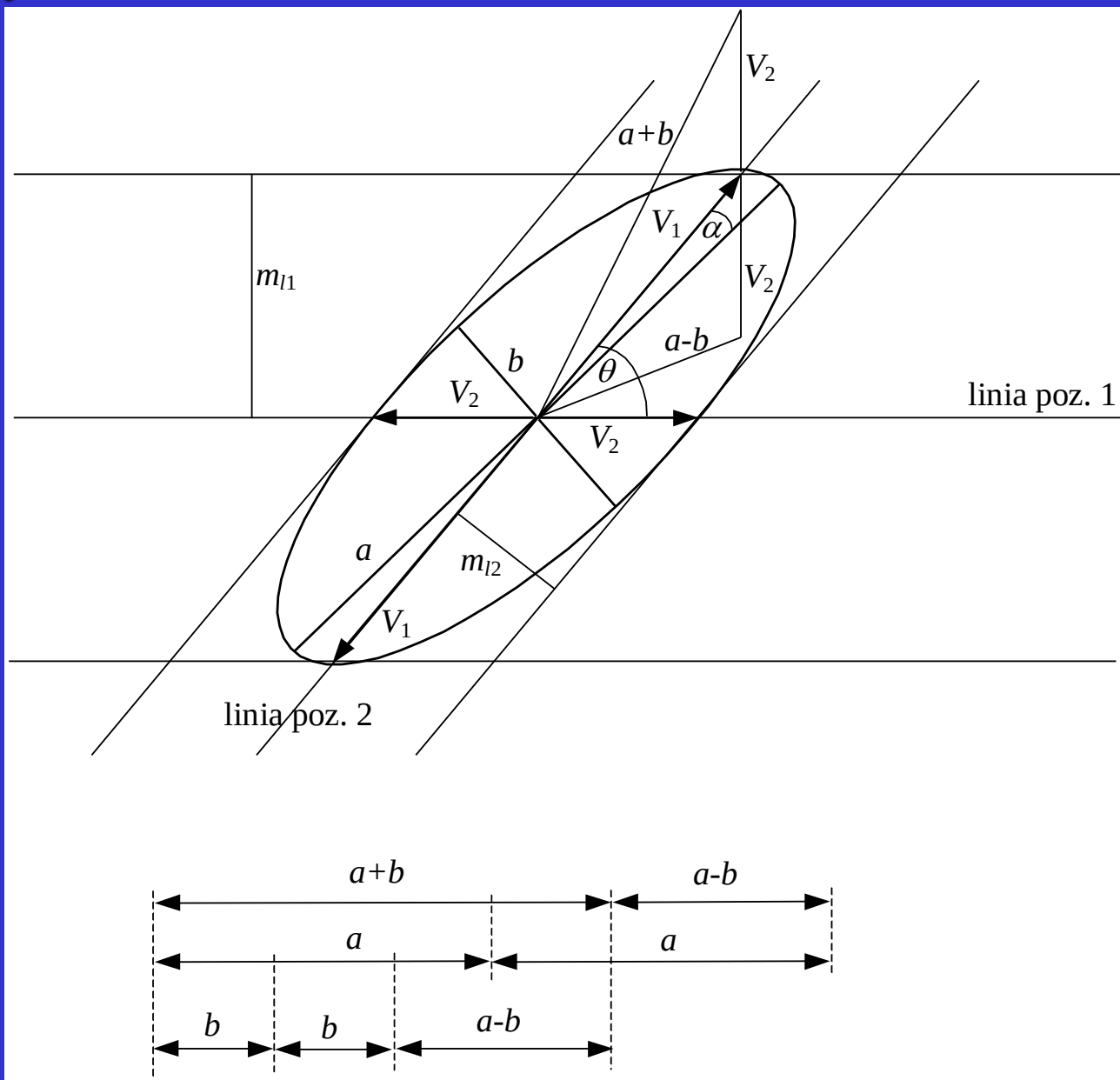
$$P = 1 - e^{-\frac{1}{2}},$$

ogólnie:

$$P = 1 - e^{-\frac{c^2}{2}},$$

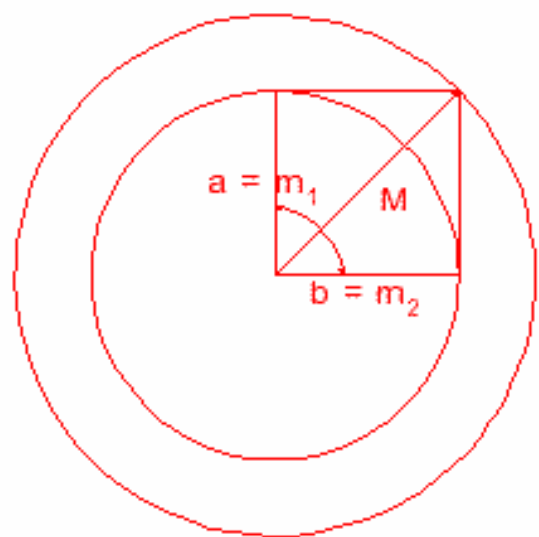
dla:

$c = 1$	$P = 39,3\%$
$c = 1,41$	$P = 63,2\%$
$c = 1,5$	$P = 67,5\%$
$c = 2$	$P = 86,5\%$
$c = 2,45$	$P = 95,0\%$
$c = 3$	$P = 98,9\%$



gdzie $e = 2,71828182845904$ jest podstawą logarytmu naturalnego.

Średni błąd kołowy:



$$M = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = b \Rightarrow M = \pm \sqrt{a^2 + a^2} = \pm a\sqrt{2}$$

$$c = \frac{M}{a} = \frac{a\sqrt{2}}{a} = \sqrt{2}$$

$$P = 1 - e^{\frac{-c^2}{2}} \quad P = 1 - e^{\frac{-\sqrt{2}^2}{2}} = 1 - e^{-1} \quad P = 0,632$$

$$\frac{b}{a} = 1 \Rightarrow P = 63,2\%$$

$$\frac{b}{a} \rightarrow 0 \Rightarrow P = 68,3\%$$